

## ECUAȚII CU NUMERE NATURALE

**Introducere :** *Ecuatiile sunt printre cele mai importante noțiuni ale matematicii. A determina o cantitate necunoscută dintr-o egalitate a reprezentat un obiectiv important, pentru matematicieni și nu numai, încă din cele mai vechi timpuri . Datorită ecuațiilor au fost descoperite mulțimile numerice  $\mathbf{Z}$ ,  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{R}$ , pe care le vom studia mai târziu.*

Încă din clasele primare se studiază ecuațiile, necunoscutele notându-se cu  $\square$  sau  $\text{—}$

**Exemplu :** Completați căsuțele pentru a obține relații adevărate :

a)  $\square + 1 = 2$       b)  $5 + \square = 10$       c)  $3 \cdot \square = 27$

Matematicianul Rene Descartes a fost cel care a stabilit ca necunoscutele să fie notate cu litere de la sfârșitul alfabetului ( x , y , z ) , iar constantele / cantitățile cunoscute să fie notate cu litere de la începutul alfabetului ( a , b , c ) .

**Rezolvarea ecuațiilor :** Fie a și b două numere naturale date, atunci următoarele expresii sunt ecuații :

1.  $x + a = b$                       2.  $x - a = b$                       3.  $a - x = b$   
 $x = b - a$                                $x = b + a$                                $x = a - b$

Rezolvarea ecuației constă în determinarea necunoscutei x , metoda utilizată mai sus se bazează pe proprietățile relației de egalitate în raport cu adunarea și scăderea, proprietăți prezentate anterior.

*La o ecuație , tot ce se află la stânga semnului = se numește **membrul stâng**, iar ce se află la dreapta semnului egal se numește **membrul drept**.*

**Exerciții :** 1. Rezolvați ecuațiile :

a)  $x + 7 = 9$  ;  
b)  $x + 17 = 29$  ;  
c)  $x - 5 = 10$  ;  
d)  $35 - x = 17$

2. Rezolvați ecuațiile :

a)  $2x + 7 = x + 9$  ;  
b)  $5x - 6 = 4x$  ;  
c)  $3x - 5 = 2x + 10$  ;

*Indicație : utilizând proprietățile relației de egalitate în raport cu adunarea și scăderea, avem :*

$$\begin{aligned} 2x + 7 &= x + 9 & | - x \\ 2x + 7 - x &= x + 9 - x \\ 1x + 7 &= 9 \\ x + 7 &= 9 \\ x &= 9 - 7 \end{aligned}$$

$$x = 2$$

**Rezolvarea ecuațiilor :** Fie  $a$  și  $b$  două numere naturale date, atunci următoarele expresii sunt ecuații :

$$\begin{array}{lll} 1. & x \cdot a = b & 2. & x : a = b & 3. & a : x = b \\ & x = b : a & & x = b \cdot a & & x = a : b \end{array}$$

**Exerciții :** 1. Rezolvați ecuațiile :

- a)  $x : 7 = 9$  ;
- b)  $x \cdot 17 = 34$  ;
- c)  $5 \cdot x = 10$  ;
- d)  $35 : x = 7$  ;
- e)  $2x = 30$

2. Rezolvați ecuațiile :

- a)  $2x + 6 = 12$
- b)  $17x + 20 = 54$
- c)  $13x - 9 = 17$
- d)  $(2x+1) : 3 = 7$
- e)  $44 = 5x + 4$

*Indicație :* a)  $2x = 12 - 6$  ;  $2x = 6$  ;  $x = 6 : 2$

d)  $(2x+1) = 7 \cdot 3 = 21$  ;  $2x = 21 - 1$  ;  $2x = 20$  ;  $x = 20 : 2$

3. Rezolvați ecuațiile :

- a)  $17 - (3x+8) = 3$
- b)  $2(2x - 4) - 7 = 5$
- c)  $25 - (7 - 2x) = 24$
- d)  $18 - (3x+7) = 5$

*Indicație :* pentru simplificarea calculelor putem înlocui paranteza cu

a)  $17 - \text{[ ]} = 3$  , deci  $\text{[ ]} = 17 - 3$

Atunci  $3x+8 = 14$  ,  $3x = 14 - 8 = 6$  ,  $x = 6 : 3 = 2$

4. Verificați care din ecuațiile de mai jos are soluția 5:

a)  $x + 7 = 13$ ;    b)  $27 - y = 21$  ;    c)  $3n + 5 = 2n + 10$  ;

5. Rezolvați în două moduri ecuațiile de mai jos :

a)  $3 \cdot (x - 5) = 21$  ;    b)  $5 \cdot (x + 3) = 15$  ;    c)  $21 \cdot (x - 7) = 42$  .

*Indicație :* Metoda 1  $3 \cdot (x - 5) = 21 \Rightarrow (x - 5) = 21 : 3 \Rightarrow x = 7 + 5$

Metoda 2  $3 \cdot (x - 5) = 21 \Rightarrow 3 \cdot x - 3 \cdot 5 = 21 \Rightarrow 3x - 15 = 21 \Rightarrow$

$3x = 21 + 15 \Rightarrow 3x = 36 \Rightarrow x = 36 : 3$

## INECUAȚII CU NUMERE NATURALE

Dacă înlocuim într-o ecuație semnul „ = ” cu unul din semnele  $<$ ,  $\leq$ ,  $>$ ,  $\geq$  obținem o inecuație.

**Rezolvarea inecuațiilor :** Fie  $a$  și  $b$  două numere naturale date, atunci următoarele expresii sunt inecuații :

$$\begin{array}{lll} 1. & x + a \leq b & 2. & x - a \leq b & 3. & a - x \leq b \\ & x \leq b - a & & x \leq b + a & & x \geq a - b \end{array}$$

*În loc de semnul  $\leq$  putea fi oricare din semnele  $<$ ,  $\leq$ ,  $>$ ,  $\geq$ , cu precizarea că la tipul 3 trebuie schimbat sensul inegalității.*

*Rezolvarea inecuației constă în determinarea necunoascutei  $x$ , metoda utilizată mai sus se bazează pe proprietățile relației de inegalitate în raport cu adunarea și scăderea, proprietăți prezentate anterior.*

**Exerciții :**

1. Stabiliți dacă numărul 3 este soluție pentru următoarele inecuații :

a)  $x + 2 \geq 4$  ; b)  $8 - x < 5$  ; c)  $4 - x > 3$  .

a) Punem în loc de  $x$  numărul 3 și verificăm dacă inegalitatea este adevărată :  
 $3 + 2 \geq 4$  (adevărată) deci 3 este soluție

2. Rezolvați inecuațiile :

a)  $x + 7 \leq 9$  ;

b)  $x + 17 < 29$  ;

c)  $x - 5 \leq 10$  ;

d)  $35 - x \geq 17$

a)  $x + 7 \leq 9$  ,  $x \leq 9 - 7$  ,  $x \leq 2$  , deci  $x = 0, 1, 2$

**Rezolvarea ecuațiilor :** Fie  $a$  și  $b$  două numere naturale date, atunci următoarele expresii sunt inecuații :

$$\begin{array}{ll} 1. & x \cdot a \leq b \\ & x \leq b : a \end{array} \quad \begin{array}{ll} 2. & x : a \leq b \\ & x \leq b \cdot a \end{array}$$

*În loc de semnul  $\leq$  putea fi oricare din semnele  $<$ ,  $\leq$ ,  $>$ ,  $\geq$*

**Exerciții :**

1. Stabiliți dacă numărul 2 este soluție pentru următoarele inecuații :

a)  $4x \leq 9$  ; b)  $3x \leq 2x + 5$  ; c)  $x : 2 > 1$  .

a) Punem în loc de  $x$  numărul 2 și verificăm dacă inegalitatea este adevărată :  
 $4 \cdot 2 \leq 9$  (adevărată) deci 2 este soluție

2. Rezolvați inecuațiile :

a)  $x \cdot 7 \leq 91$  ;

b)  $x : 3 < 2$  ;

c)  $2x - 5 \leq 15$  ;

a)  $x \cdot 7 \leq 91$  ,  $x \leq 91 : 7$  ,  $x \leq 13$  , deci  $x = 0, 1, 2, \dots, 13$

3. Aflați valorile lui  $x$  pentru care  $8 - x$  este număr natural.