

RELAȚIA ÎNTRE DOUĂ MULȚIMI

Fie mulțimile : $A = \{ 0, 2, 3 \}$; $B = \{ 0, 1, 2, 3, 4 \}$; $C = \{ 2, 3, 0 \}$;
 $D = \{ 1, 2, 3, 0, 4 \}$ și $E = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$

Observând cu atenție elementele mulțimilor, putem face câteva afirmații :

- Mulțimile A și C au aceleași elemente, la fel și mulțimile B și D.
- Toate elementele mulțimilor A și C sunt elemente și pentru mulțimile B și D.
- Chiar dacă mulțimea E are mai multe elemente, nu putem să găsim nicio legătură cu celelalte mulțimi (nu are elementul 0).

Definiție : Două mulțimi se numesc egale dacă au aceleași elemente .

$$A = C \quad \text{și} \quad B = D$$

Exemple : $\{ 1, 2, 5 \} = \{ 2, 5, 1 \}$

$$\{ 0, 2, 4, 6, 8 \} = \{ x \mid x = \text{cifră pară} \}$$

Definiție : Dacă două mulțimi M și N nu sunt egale, vom nota $M \neq N$.

Aplicații :

1. Scrieți valoarea de adevăr pentru următoarele propoziții :
 - a) $\{ 1, 10 \} = \{ 10, 1 \}$; b) $\{ 1, 10 \} = \{ 1, 0 \}$
 - c) $\{ a, b, c \} \neq \{ b, c, a \}$; d) $\emptyset = \{ 0 \}$
2. Determinați elementul x pentru ca următoarele mulțimi să fie egale :
 - a) $\{ 1, 2, 5, 7 \} = \{ 7, 5, 1, x \}$
 - b) $\{ 2x - 1, 2, 4 \} = \{ 4, 1, 2 \}$
3. Verificați dacă următoarele mulțimi sunt egale :
 - a) $A = \{ x \mid x \text{ este număr natural și } 0 < x < 6 \}$
 $B = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5 \}$
 - b) $A = \{ x \mid x \text{ este număr natural și } 4 \leq x \leq 8 \}$
 $B = \{ x \mid x \text{ este număr natural și } 5 < x \leq 9 \}$

Definiție : Fie A și B două mulțimi ; dacă orice element al mulțimii A este și element al mulțimii B , atunci spunem că mulțimea A este inclusă în mulțimea B.

Notatie : Mulțimea A este inclusă în mulțimea B se notează $A \subset B$.

$$\subset = \text{inclus}$$

Dacă $A \subset B$, atunci A se numește submulțime a lui B.

Exemple : $\{ 0, 2, 3 \} \subset \{ 0, 1, 2, 3, 4 \}$

$\{ 0 \} \subset \{ 0, 2, 4 \}$

$\emptyset \subset \{ 0 \}$

Definiție : Dacă mulțimea A este inclusă în mulțimea B ($A \subset B$), atunci spunem că mulțimea B include mulțimea A și notăm $B \supset A$.

$\supset$ = include

Exemple : $\{ 0, 2, 3 \} \supset \{ 0, 2 \}$

$\{ 0, 1, 2, 3, 4 \} \supset \{ 0, 2, 4 \}$

$\{ 1 \} \supset \emptyset$

Negațiile relațiilor inclus și include se notează :

$\not\subset$ = nu este inclus

$\not\supset$ = nu include

Aplicații :

1. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor :

a) $\{ 1 \} \subset \{ 1, 2, 3 \}$

b) $\{ 1, 2 \} \subset \{ 1, 2 \}$

c) $\{ 1, 3 \} \subset \{ 4, 2, 3 \}$

d) $\{ 1 \} \not\subset \{ 1, 11 \}$

e) $\{ 3, 2, 1, 0 \} \supset \{ 2, 3 \}$

2. Fie mulțimea $A = \{ 1, 2, 3, 4 \}$. Completați spațiile punctuate cu unul din semnele $=, \neq, \subset, \supset, \not\subset, \not\supset, \in, \notin$, pentru a obține propoziții adevărate :

a) 2 A

b) 1 A

c) 5 A

d) $\{ 1, 2 \}$ A

e) $\{ 2 \}$ A

f) $\{ 2, 5 \}$ A

g) A $\{ 1, 4 \}$

h) $\{ 0, 1, 2, 3, 4 \}$ A

i) $\{ 1, 2, 4, 3 \}$ A

SUBMULȚIME

Definiție : Dacă mulțimea A este inclusă în mulțimea B ($A \subset B$), atunci spunem că mulțimea A este o submulțime a lui B.

$\{0\}$ este submulțime a mulțimii $\{0, 1, 2\}$

Observații : Se consideră că $\emptyset$ este submulțime a oricărei mulțimi A

$\emptyset \subset A$, pentru orice mulțime A

Orice mulțime este inclusă în ea însăși, deci este o submulțime pentru ea

$A \subset A$, pentru orice mulțime A, deci A este submulțime a mulțimii A.

Numărul de submulțimi al unei mulțimi A este egal cu $2^{\text{card } A}$.

Exemplu : Scrieți toate submulțimile mulțimii $A = \{0, 1, 2\}$

Submulțimile sunt : $\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}$.

Sunt 8 submulțimi, $2^3 = 8$.

Aplicații :

1. Se dau mulțimile $A = \{6, 7, 8\}$, $B = \{x \mid x \text{ este număr natural și } 5 < x < 9\}$ și $C = \{y \mid y = n + 1, n \text{ este număr natural și } 5 \leq x \leq 7\}$.
Stabiliți dacă $A = B = C$.
2. Stabiliți dacă mulțimea M este submulțime a mulțimii A știind că :
 - a) $M = \{2, 3, 5\}$ și $A = \{4, 3, 2, 5\}$
 - b) $M = \{a, b\}$ și $A = \{a, e, c, b, d\}$
 - c) $M = \{3, 5\}$ și $A = \{4, 2, 5\}$
 - d) $M = \emptyset$ și $A = \{4, 2, 5\}$
3. Scrieți toate submulțimile următoarelor mulțimi :
 - a) $\{0, 2\}$; b) $\{1, 2, 3\}$; c) $\{a, b, c\}$
4. Aflați numărul x astfel încât mulțimea B să fie submulțime a lui A
 - a) $A = \{10, 20, 30, 40\}$ și $B = \{20, 10, x\}$
 - b) $A = \{11, 12, 13, 14, 15\}$ și $B = \{13, 15, 14, x\}$
5. Scrieți toate submulțimile cu un singur element ale mulțimii $\{a, b, c, d\}$
6. Scrieți toate submulțimile cu două elemente ale mulțimii $\{a, b, c, d\}$