

ECUAȚII ȘI INECUAȚII; PROBLEME CARE SE REZOLVĂ CU AJUTORUL ECUAȚIILOR

1. ECUAȚII CU FRAȚII ZECIMALE

1. Rezolvați ecuațiile :

a) $x + 12,7 = 138,21$

$$x = 138,21 - 12,7$$

$$x = 125,51$$

b) $x - 1,3 = 2,5$

$$x = 2,5 + 1,3$$

$$x = 3,8$$

c) $4,23 - x = 1,3$

$$x = 4,23 - 1,3$$

$$x = 2,93$$

d) $x : 2 = 3,5$

$$x = 3,5 \cdot 2$$

$$x = 7$$

e) $0,02x = 0,8$

$$x = 0,8 : 0,02$$

$$x = 80 : 2 = 40$$

Rezolvarea ecuațiilor : Fie a și b două fracții zecimale date, atunci următoarele expresii sunt ecuații cu fracții zecimale :

1. $x + a = b$

$$x = b - a$$

2. $x - a = b$

$$x = b + a$$

3. $a - x = b$

$$x = a - b$$

Rezolvarea ecuației constă în determinarea necunoscutei x , metoda utilizată mai sus se bazează pe proprietățile relației de egalitate în raport cu adunarea și scăderea, proprietăți prezentate anterior.

Aplicații : Rezolvați ecuațiile:

a) $x + 52,8 = 138,2$ b) $157,2 + x = 312,17$ c) $x - 29,4 = 157,38$

d) $212,4 - x = 157,92$

Rezolvarea ecuațiilor : Fie a și b două fracții zecimale date, atunci următoarele expresii sunt ecuații :

1. $x \cdot a = b$

$$x = b : a$$

2. $x : a = b$

$$x = b \cdot a$$

3. $a : x = b$

$$x = a : b$$

Aplicații : 1. Rezolvați ecuațiile:

a) $x \cdot 24,3 = 434,97$

b) $12,8 \cdot x = 326,4$

c) $249,4 : x = 14,5$

d) $x : 24,5 = 182,6$

e) $x : 3,6 = 0,5$

f) $6,25 : x = 25$

g) $0,28 : x = 7$

h) $2,5 \cdot x = 8$

2. Rezolvați ecuațiile

a) $1,2 \cdot x + 3 = 9,6$

b) $2,4 \cdot x - 2 = 2,32$

c) $2,4 \cdot x - 2 = 3,76$

$$d) 7 \cdot x - 0,8 = 7,6 \quad e) 5 \cdot x + 3,18 = 30$$

Indicație : a) $1,2 \cdot x + 3 = 9,6$

$$1,2 \cdot x = 9,6 - 3$$

$$1,2 \cdot x = 6,6$$

$$x = 6,6 : 1,2 = 66 : 12 = 5,5$$

2. Rezolvați ecuațiile :

$$a) 2 \cdot (4 + 3 \cdot x) - 1,4 = 18,9$$

$$b) 2 \cdot (0,4 \cdot x + 2,8) - 1,3 = 14,7$$

$$c) 4 \cdot (x + 5) - 17 = 34$$

$$d) 4,9 \cdot (x + 3) + 5 = 31,46$$

Indicație : $2 \cdot (4 + 3 \cdot x) - 1,4 = 18,9$

pentru simplificarea calculelor putem înlocui paranteza cu $\square$, deci

$$2 \cdot \square - 1,4 = 18,9 \Leftrightarrow 2 \cdot \square = 18,9 + 1,4 \Leftrightarrow 2 \cdot \square = 20,3 \Leftrightarrow$$

$$\square = 20,3 : 2 = 10,15 \Leftrightarrow 4 + 3 \cdot x = 10,15$$

O altă metodă este de a desface paranteza (distributivitatea înmulțirii față de adunare) $2 \cdot (4 + 3 \cdot x) - 1,4 = 18,9 \Leftrightarrow 2 \cdot 4 + 2 \cdot 3x - 1,4 = 18,9$

2. INECUAȚII CU FRAȚII ZECIMALE

Dacă înlocuim într-o ecuație semnul „ = ” cu unul din semnele $< , \leq , > , \geq$ obținem o **inecuație**.

Rezolvarea inecuațiilor : Fie a și b două fracții zecimale date, atunci următoarele expresii sunt inecuații :

$$1. \quad x + a \leq b$$

$$2. \quad x - a \leq b$$

$$3. \quad a - x \leq b$$

$$x \leq b - a$$

$$x \leq b + a$$

$$x \geq a - b$$

În loc de semnul $\leq$ putea fi oricare din semnele $< , \leq , > , \geq$, cu precizarea că la tipul 3 trebuie schimbat sensul inegalității.

Exerciții :

1. Stabiliți dacă numărul 3,5 este soluție pentru următoarele inecuații :

$$a) x + 2,3 \geq 4 \quad ; \quad b) 8,6 - x < 5,12 \quad ; \quad c) 4,1 - x > 3,9 \quad .$$

a) Punem în loc de x numărul 3,5 și verificăm dacă inegalitatea este adevărată : $3,5 + 2,3 \geq 4$ (adevărată) deci 3,5 este soluție

2. Rezolvați în $\mathbb{N}$ inecuațiile :

$$a) \quad x + 7,2 \leq 9,6 \quad ;$$

$$b) \quad x + 1,7 < 2,92 \quad ;$$

$$c) \quad x - 0,5 \leq 10 \quad ;$$

$$d) \quad 3,5 - x \geq 1,7$$

$$a) \quad x + 7,2 \leq 9,6 \quad , \quad x \leq 9,6 - 7,2 \quad , \quad x \leq 2,4 \quad \text{deci } x = 0, 1, 2$$

Rezolvarea ecuațiilor : Fie a și b două fracții zecimale date, atunci următoarele expresii sunt inecuații :

$$1. \quad x \cdot a \leq b$$

$$2. \quad x : a \leq b$$

$$x \leq b : a$$

$$x \leq b \cdot a$$

În loc de semnul $\leq$ putea fi oricare din semnele $< , \leq , > , \geq$

Exerciții :

1. Stabiliți dacă numărul 2,5 este soluție pentru următoarele inecuații :

a) $4x \leq 8,5$; b) $3x \leq 2x + 5$; c) $x : 2 > 1,5$.

a) Punem în loc de x numărul 2 și verificăm dacă inegalitatea este adevărată :

$$4 \cdot 2,5 \leq 8,5 \quad 10 \leq 8,5 \text{ (fals) deci } 2,5 \text{ nu este soluție}$$

2. Rezolvați în $\mathbb{N}$ inecuațiile :

a) $x \cdot 0,7 \leq 9,1$;

b) $x : 3 < 2,5$;

c) $2x - 5,3 \leq 15,7$;

a) $x \cdot 0,7 \leq 9,1$, $x \leq 9,1 : 0,7$, $x \leq 13$, deci $x = 0, 1, 2, \dots, 13$

Aplicații :

1. Rezolvați în $\mathbb{N}$ inecuațiile:

a) $x + 6,19 < 10,3$;

b) $8,5 - x > 4,6$

2. Determinați numerele naturale x pentru care au loc inegalitățile :

a) $x + 16,23 < 21,8$ b) $x \cdot 2,3 < 9,5$ c) $x : 1,2 \leq 0,1$

3. PROBLEME CARE SE REZOLVĂ CU AJUTORUL ECUAȚIILOR

Exemplu :

Aflați un număr , știind că dacă îl adunăm cu 17,9 obținem 82,13

$$x + 17,9 = 82,13$$

$$x = 82,13 - 17,9$$

$$x = 64,23$$

Numărul este 64,23 , verificare $64,23 + 17,9 = 82,13$

Etapele rezolvării problemelor cu ajutorul ecuațiilor :

1. Notăm cantitatea necunoscută cu x

2. Înlocuim datele problemei în limbaj matematic și obținem o ecuație

3. Rezolvăm ecuația obținută

Interpretăm rezultatul

Aplicații : 1. Dacă la triplul unui număr adunăm 7,3 obținem 22,6 . Aflați numărul.

Indicație : notăm numărul cu x , triplul numărului $= 3x$, deci

$$3x + 7,3 = 22,6 ,$$

Rezolvăm ecuația : $3x = 22,6 - 7,3$, $3x = 15,3$ deci $x = 15,3 : 3$ $x = 5,1$

Verificare : triplul lui 5,1 $= 15,3$, $15,3 + 7,3 = 22,6$ deci numărul este 5,1

2. Aflați numărul cu proprietatea că dacă îl împărțim la 12 obținem 8,4.

3. Dacă înmulțim cu 3 diferența dintre un număr dat și 13,2 obținem 20,4.

Aflați numărul.

4. Aflați media lui Andrei la matematică știind că dacă o scădem din 45,62, iar rezultatul astfel obținut îl înmulțim cu 0,5 obținem 17,81.
5. Compuneți o problemă care să se rezolve după următorul exercițiu :
 $(2 \cdot 2,5) + (4 \cdot 3,5)$
6. Suma a două numere este 2,45, iar unul dintre ele este de 4 ori mai mic decât celălalt. Determinați numerele .
7. Suma dintre dublul și triplul unui număr este 8,5 . Aflați numărul