# NOȚIUNEA DE DIVIZOR ȘI MULTIPLU

**Definiție :** Dacă numărul natural ***a*** se împarte exact la numărul natural ***b,*** atunci spunem că ***a*** **<u>este divizibil</u>** cu **b .**

**Ca împărțirea să se poată efectua, trebuie pusă condiția ca *b* să fie diferit de 0 .**

**Exemple :** 27 : 9 = 3 , rezultă că 27 este divizibil cu 9 , dar și cu 3
35 : 5 = 7 , rezultă că 35 este divizibil cu 5

**Notație :** Dacă ***a*** **<u>este divizibil</u>** cu **b ,** atunci vom nota **:** $\boldsymbol{a \vdots b}$ **.**

| $\vdots$ **= divizibil** |
|---|

**Exemple : a)** $\mathbf{27 \vdots 9}$ **;** **b)** $\mathbf{35 \vdots 5}$

**Definiție :** Dacă ***a*** **<u>este divizibil</u>** cu **b** ($\boldsymbol{a \vdots b}$ **) ,** atunci ***a*** se numește **multiplu** a lui ***b*** .

**Exemple :** a) 8 este multiplu a lui 4
b) 27 este multiplu a lui 3

**Definiție :** Dacă numărul natural ***a*** se împarte exact la numărul natural ***b,*** atunci spunem că ***b*** **<u>este divizor</u>** a lui ***a*** **.**

**Notație :** Dacă ***b*** **<u>este divizor</u>** a lui ***a,*** atunci vom nota **:** $\boldsymbol{b|a}$ și vom citi **„ b divide pe a ”**

| **\| = divide** |
|---|

**Exemple : a)** $\mathbf{2 \mid 4}$ ($\boldsymbol{pentru}$ că $\mathbf{4}$ $\boldsymbol{se}$ î$\boldsymbol{mparte\ exact\ la}$ $\mathbf{2}$) **;**
**b)** $\mathbf{8 \mid 16}$

**Concluzie :** $\boldsymbol{a \vdots b} \Leftrightarrow \boldsymbol{b|a}$ **și înseamnă că :**

- **a este divizibil cu b**
- **a este multiplu a lui b**
- **b este divizor a lui a**
- **b divide pe a**

**Definiție :** $\mathbf{D_a}$ **= mulțimea divizorilor numărului *a*** (mulțimea numerelor la care se împarte exact *a*) .

$D_5 = \{ 1 , 5 \}$ ; $D_{12} = \{ 1 , 2 , 3 , 4 , 6 , 12\}$

**Definiție :** $\mathbf{M_a}$ **= mulțimea multiplilor numărului *a*** (mulțimea numerelor care se împart exact la *a* ) .

$M_5 = \{ 0 , 5, 10, \ldots\ldots\ldots \}$ ; $M_{12} = \{ 0 , 12 , 24 , 36 , 48 , \ldots\ldots\ldots\ldots \}$

**Observație :** 1 este divizorul oricărui număr natural
0 este multiplu oricărui număr natural nenul

**Aplicații :**

1. Înlocuiți spațiile punctuate cu unul din cuvintele : *divizor sau multiplu* pentru a obține expresii adevărate :
   a) 3 este ………… a lui 9
   b) 13 este ………… a lui 1
   c) 32 este ………… a lui 8
   d) 6 este ………… a lui 18
   e) 3 este ………… a lui 3
2. Scrieți corespunzător semnele **„ ⋮ ” sau „ | ”** între numerele :
   a) 5 și 10 ; b) 10 și 2 ; c) 0 și 15
   d) 5 și 5
3. Determinați mulțimile : $D_{10}$ ; $D_{25}$ ; $D_{18}$ ; $M_3$ ; $M_{15}$ .
4. Determinați mulțimile :
   a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid (x+1) \mid 18\}$
   b) $B = \{x \in \mathbb{N} \mid (x+2) \mid 21\}$
   c) $C = \{x \in \mathbb{N} \mid 8 \,\vdots\, x\}$

*indicație : x + 1 | 18 , result că x+1 este divizor a lui 18 ,iar divizorii lui 18 sunt : 1 , 2 , 3 , 6 , 9 , 18 .*

*Deci x+1=1 ; x+1=2 ; x+1=3 ; x+1=6 ; x+1=9 ; x+1=18*

5. Arătați că : $\overline{ab} + \overline{ba} \,\vdots\, 11$
6. Arătați că :
   a) $2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2} + 2^{n+3}$ *este divizibil cu* 15 ;
   b) $3^n \cdot 5^{n+2} - 3^{n+1} \cdot 5^{n+1} + 3^{n+2} \cdot 5^n$ *este divizibil cu* 19 ;
   c) $2 + 2^2 + 2^3 + \dots\dots + 2^{100}$ *este divizibil cu* 3 ;
   d) $3 + 3^2 + 3^3 \dots\dots + 3^{204}$ *este divizibil cu* 13 ;

   *indicație :*

   *a)* $2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2} + 2^{n+3} = 2^n + 2^n \cdot 2^1 + 2^n \cdot 2^2 + 2^n \cdot 2^3 =$
   $= 2^n(1 + 2^1 + 2^2 + 2^3) = 2^n \cdot 15$ , *deci este divizibil cu* 15

   *b) Observăm că suma primilor 2 termeni este 6 , deci putem scrie :*
   $2 + 2^2 + 2^3 + \dots\dots + 2^{100} = (2 + 2^2) + (2^3 + 2^4) +$
   $\dots . + (2^{99} + 2^{100}) = 6 + 2^2(2^1 + 2^2) + \dots . + 2^{98}(2^1 + 2^2) =$
   $= 6 + 2^2 \cdot 6 + \dots . + 2^{98} \cdot 6 = 6 \cdot (1 + 2^2 + \dots . + 2^{98}) \,\vdots\, 3$
   *Suma a putut fi grupată câte 2 termeni deoarece conține 100 de numere*

# CRITERII DE DIVIZIBILITATE

**Criteriul cu 2 :** Un număr natural este **divizibil cu 2** dacă și numai dacă are ultima cifră : 0, 2, 4, 6, 8

*Exemple de numere divizibile cu 2 : 16 , 258 , 7890 , 6574*
*Exemple de numere care nu sunt divizibile cu 2 : 17 , 255 , 7891 , 6579*

**Criteriul cu 5 :** Un număr natural este **divizibil cu 5** dacă și numai dacă are ultima cifră : 0 sau 5

*Exemple de numere divizibile cu 5 : 165 , 2585 , 7890 , 6575*
*Exemple de numere care nu sunt divizibile cu 5 : 17 , 251 , 6559*

**Criteriul cu 10 :** Un număr natural este **divizibil cu 10** dacă și numai dacă are ultima cifră : 0

*Exemple de numere divizibile cu 10 : 160 , 2580 , 7890 , 6570*
*Exemple de numere care nu sunt divizibile cu 10 : 173 , 2512 , 6555 .*

**Aplicații :**

1. Se dau numerele 15 , 16 , 19 , 25 , 36 , 50 , 200, 65, 40, 48
   Scrieți din șirul de mai sus numerele divizibile cu : a) 2 ; b) 5 ; c) 10 .
2. Scrieți toate numerele de forma : $\overline{54x} \ \vdots \ 2$
3. Scrieți toate numerele de forma : $\overline{x4x} \ \vdots \ 2$
4. Scrieți toate numerele de forma : $\overline{32x} \ \vdots \ 5$
5. Determinați numerele de forma :
   *a)* $\overline{4a1b} \ \vdots \ 2$ *și* $a + b = 5$
   *b)* $\overline{1ab} \ \vdots \ 5$ *și* $a = b + 3$